

О ПОДЪЕМНОЙ СИЛЕ КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ ТИПА ДУЖКИ СО СТОКОМ

Н.Б. Ильинский, Н.Д. Якимов

*НИИММ Казанского государственного университета
Yakimov@ksu.ru*

При исследовании сложных проблем аэрогидродинамики часто бывает целесообразно на начальном этапе выбирать простейшую математическую модель течения и простейшую форму крылового профиля. Именно так поступил М.А.Лаврентьев в своей фундаментальной работе [1], решая экстремальную задачу теории крыла, в которой рассматривался крыловой профиль типа дужки в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости. А для изучения эффекта отсасывания пограничного слоя с поверхности крыла на подъемную силу и силу сопротивления В.В.Голубев одним из первых заменил щель точечным стоком [2]. Одна экстремальная задача, в которой щель на профиле заменялась стоком, рассмотрена в [3].

В настоящей работе исследуется задача максимизации подъемной силы аэродинамического профиля типа дужки при наличии на нем стока, моделирующего отбор внешнего потока, то есть речь идет об отборе с заметным расходом, непосредственно участвующем в формировании обтекающего потока, а не об отсосе только пограничного слоя, который влияет на картину обтекания лишь посредством изменений условий отрыва. Эти исследования проводятся в рамках простейшей классической модели стационарного обтекания идеальной несжимаемой жидкостью. Основное внимание уделено случаю расположения стока на верхней поверхности дужки.

Схема течения. Рассматривается плоское установившееся обтекание дужки AB потенциальным потоком идеальной несжимаемой жидкости, такое, что концы A и B дужки являются соответственно точками разветвления и схода потока, то есть обтекание является безотрывным. На верхней поверхности дужки в точке M расположен точечный сток с расходом жидкости $2\pi q$, а между точками M и B находится критическая точка N (рис. 1а). Требуется рассмотреть вопрос о наиболее выгодном с точки зрения повышения подъемной силы месте расположения стока (то есть точки M) на дужке заданной формы, определить характер влияния мощности стока на подъемную силу, а

также найти форму дужки со стоком, обладающей максимальной подъемной силой при ограничениях на длину хорды и кривизну.

Плоскость течения будем обозначать z , считая, что скорость потока на бесконечности направлена горизонтально и ее величина V_∞ известна. При этом угол атаки дужки (наклон) заранее не задан и должен обеспечивать обтекание по указанной схеме.

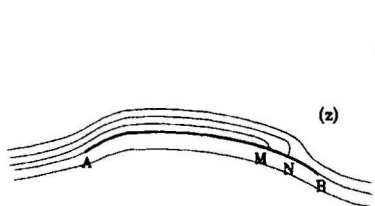


Рис. 1а

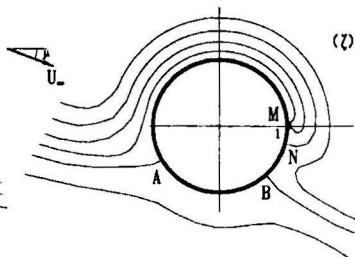


Рис. 1б

Основные уравнения. Описанную область течения можно конформно отобразить функцией $z=f(\zeta)$ на внешность единичного круга в плоскости вспомогательной переменной ζ . При отображении обтекание дужки перейдет в соответствующее обтекание окружности (рис.1б). Величина циркуляции скорости вокруг профиля останется той же, а величина скорости потока на бесконечности в плоскости ζ принимается равной $U_\infty = V_\infty h$, где $h=|f'(\infty)|$. Направление скорости на бесконечности определяется соотношением $\mu = -\arg f'(\infty) = -\arg U_\infty$.

По теореме Жуковского величина подъемной силы произвольного профиля, в том числе и при наличии стока, определяется формулой

$$Y=2\pi\rho V_\infty \Gamma, \quad (1)$$

где через Γ обозначена циркуляция скорости, деленная на 2π .

Скорость на окружности при обтекании по схеме рис. 1б определяется формулой

$$u(\gamma) = -2U_\infty \sin(\gamma + \mu) - \Gamma - q \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}, \quad (2)$$

где γ — аргумент (полярный угол) точек на окружности, причем положительным считается направление скорости u в сторону роста угла γ . В точках A и B должны иметь место соотношения

$$u(\gamma_A)=0, \quad u(\gamma_B)=0 \quad (3)$$

при выполнении условия

$$\gamma_B - \gamma_A = \beta. \quad (4)$$

Ясно, что величины h и β зависят только от геометрии области (формы дужки) и, следовательно, не меняются при изменении параметров обтекания в плоскости z . Таким образом, определение влияния положения и мощности стока на величину подъемной силы заданной дужки сводится к выяснению зависимости величины Γ от соответствующих параметров обтекания окружности с фиксированным значением β , известным из отображения $f(z)$. При рассмотрении вопроса об оптимальной форме потребуется учитывать зависимость β и h от формы дужки. Параметры Γ , q , μ связаны аналитическим соотношением (4) с учетом (3), (2). Но получить явное выражение для подъемной силы через исходные параметры, чтобы потом использовать стандартные методы исследования явных функций, не удастся. Поэтому приводимые ниже результаты получены путем качественного исследования этих соотношений.

О расположении стока. Выполненное исследование показало, что введение стока на верхней поверхности может повысить подъемную силу. При этом для наибольшего увеличения Γ сток заданной интенсивности следует располагать на верхней поверхности возможно ближе к задней кромке так, чтобы "обратный ток" к стоку начинался

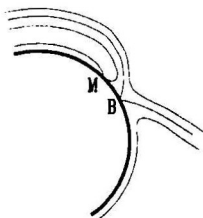


Рис. 2а

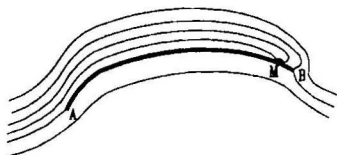


Рис. 2б

от самой задней кромки, когда точки B и N совпадают. Это согласуется с выводом в работе [2]. В этом крайнем положении структура потока у окружности имеет вид, показанный на рис. 2а, а у острой задней кромки профиля – на рис. 2б.

Для оценок установленного эффекта полезно следующее асимптотическое представление для изменения циркуляции $\Delta\Gamma$ при малых q :

$$\Delta \Gamma \approx \sqrt{q} \cdot \sqrt{U_{\infty} \sin \beta / 2}, \quad (5)$$

причем $U_{\infty} = V_{\infty} \cdot h$.

К выбору величины q . Исследование показало, что увеличение мощности стока q увеличивает Γ лишь до определенной величины, то есть для каждой дужки существуют оптимальное значение q^* и положение стока μ^* , при которых Γ получает максимальное значение Γ^* .

В качестве примера был рассмотрен крыловой профиль в форме пластинки, позволяющий получить "чисто стоковую" подъемную силу. Для пластинки задается $\beta = \pi$, $h = L/4$, L — длина пластинки. На графиках рис. 3 представлены рассчитанные значения относительной циркуляции $\Gamma^* = \Gamma/U_{\infty} = 4 \Gamma/(V_{\infty} L)$ и величин $\alpha^* = \alpha/\pi$, $\theta^* = \theta_M/\pi$ (α — угол атаки пластинки, $\theta_M = \gamma_M - \gamma_B$ — дуга на окружности от образа задней кромки до места стока), все в зависимости от $q^* = q/U_{\infty} = 4q/(V_{\infty} L)$.

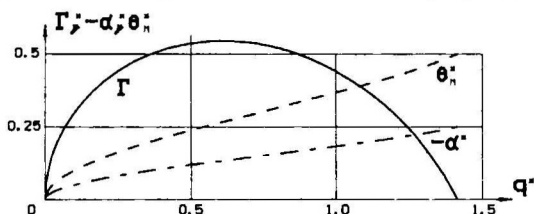


Рис. 3

Разумеется, говорить о конкретных цифрах при практическом воплощении невозможно, но предварительные прикидки говорят о возможности эффективной реализации. Так, подстановка характеристик самолета ЯК-42 в предположении, что забор воздуха в двигатели осуществляется с крыла (в качестве стока по рассмотренной схеме), дает прирост подъемной силы, соизмеримый с уже имеющей место по обычной схеме.

Об оптимальной форме дужки. Оптимальный профиль-дужка отыскивается в (замкнутом) множестве выпуклых вверх дужек с ограниченной длиной хорды (L_{\max}) и ограниченной кривизной (K_{\max}). В рассматриваемых целях (моделирование крыловых профилей) естественно ограничиваться простыми схемами, считая, что: а) дужки не слишком сильно изогнуты, так что $K_{\max} < 2/L_{\max}$; б) концы хорды (отрезка наибольшей длины, концы которого лежат на дужке), совпадают с концами дужки.

Исследование проводится в три этапа. Сначала показывается, что профиль с максимальной подъемной силой из этого множества имеет максимально допустимую длину хорды L_{\max} (в отличие от случая отсутствия стока, где это сразу очевидно, здесь необходимо специальное доказательство). Затем – что значение h увеличивается с ростом кривизны дужки. Тогда с применением принципа Линделефа показывается, что с ростом кривизны (искривлением) дужки значение Y растет.

Таким образом, в рассматриваемом множестве наибольшей подъемной силой при заданном q и, следовательно, при “свободном” q , обладает дужка с максимальной длиной хорды и постоянной максимальной кривизной (то есть дуга окружности).

Этот результат совпадает с полученным М.А.Лаврентьевым в [1] для дужки без стока. Впрочем, в [1] был рассмотрен и несколько более сложный случай множества дужек ограниченной длины (а не хорды) и ограниченной кривизны (без требования выпуклости).

Подобным образом рассматривается и случай расположения стока на нижней поверхности дужки.

Разумеется, при исследовании обтекания дужек с отбором потока остаются открытыми многие вопросы, в частности, рассмотрение и иных схем отбора. Например, можно взять пластинку с нулевым углом атаки с двумя симметрично расположенными стоками спереди и сзади. Такая схема дает подъемную силу в $\sqrt{2}$ раз больше, чем при одиночном стоке (при одинаковой суммарной мощности стоков).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 99-01-00365).

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М.А. *Об одной экстремальной задаче в теории крыла аэроплана*. – М.-Л.: Гостехтеоретиздат, 1934. – 40 с. (см. также Лаврентьев М.А. *Избранные труды. Математика и механика*. – М.: Наука, 1990. – С.405-450).
2. Голубев В.В. *О работе крыла с отсасыванием пограничного слоя* // Технические записки ЦАГИ. – 1935 – № 45 (см. также Голубев В.В. *Труды по аэрогидродинамике*. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1957. – С. 142-144).
3. Абзалилов Д.Ф., Ильинский Н.Б. Об одной экстремальной задаче обтекания потоком идеальной несжимаемой жидкости гладкого замкнутого контура со стоком // Докл. АН России, – 1997. – Т.354. – №1. – С.43-46.